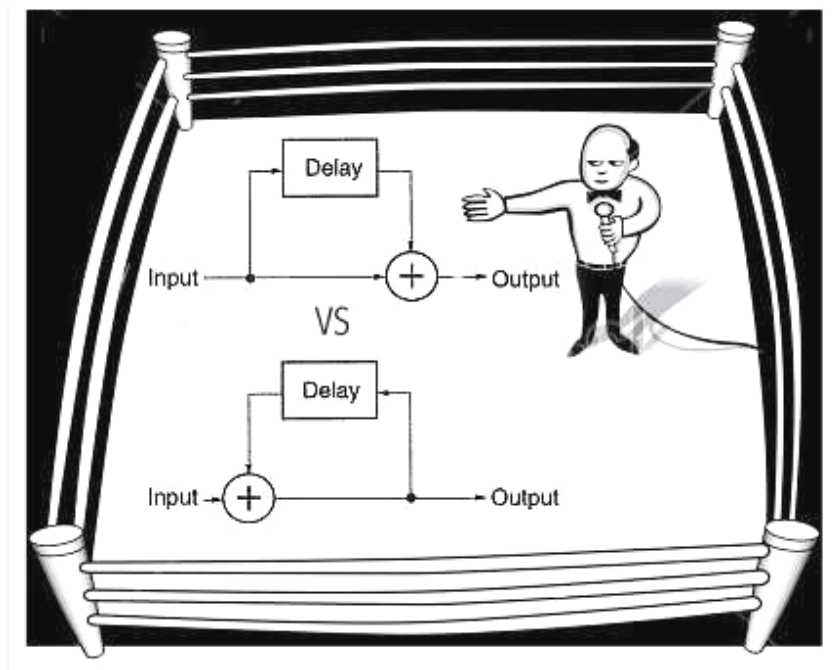




MINISTERO DELL' ISTRUZIONE DELL' UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

Conservatorio "A.Casella" - L'Aquila



“Introduzione ai FILTRI DIGITALI”
e
“FIR vs. IIR”

di
Flavia Massimo

docente
Maria Cristina De Amicis

~ A.A. 2013/2014 ~

[INDICE]

1. FILTRI DIGITALI

1.1. CLASSIFICAZIONE DEI FILTRI DIGITALI

1.1.1.UTILIZZO

1.1.1.1. RAPPRESENTAZIONE

1.1.2. IMPLEMENTAZIONE

1.2. FILTRI FIR

1.3. FILTRI IIR

1.4. FIR VS IIR

1.4.1. VANTAGGI DEI FILTRI FIR

1.4.2. VANTAGGI DEI FILTRI IIR

1.4.3. CONCLUSIONI

[BIBLIOGRAFIA]

Curtis Roads - *The computer music tutorial*;

Massimiliano Laddomada - *Elaborazione numerica dei segnali*;

Kundu Sudakshina - *Analog and Digital Communications*;

Dispense del corso di Informatica III.

1. I FILTRI DIGITALI

I filtri digitali sono dei particolari sistemi lineari stazionari (SLS) a tempo discreto che con un algoritmo di computazione convertono una sequenza di numeri in *ingresso* ($x[n]$) in una sequenza di numeri in *uscita* ($y[n]$).



Nell'elaborazione dei segnali i filtri trovano applicazione principalmente ai fini della separazione di segnali combinati (per la rimozione di parti indesiderate del segnale o per estrarre parti utili di esso) o ai fini della restaurazione di segnali distorti.

Gli "antenati" dei filtri digitali sono i filtri analogici.

Essi sono molto diversi sia nella loro struttura fisica che nelle modalità di funzionamento.

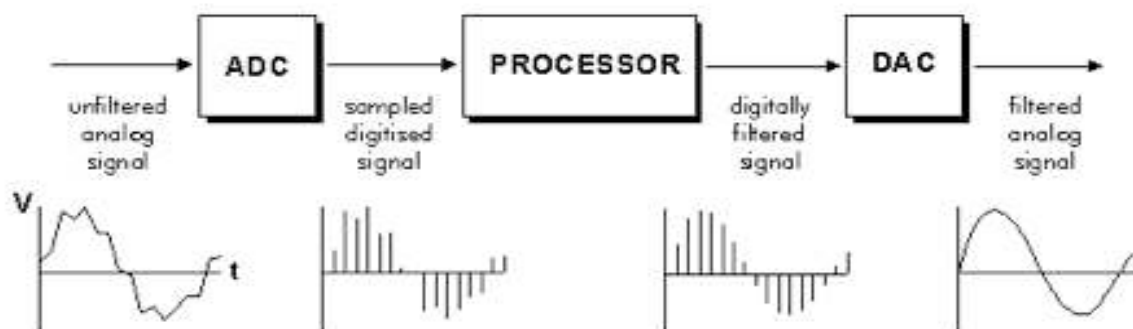
Un filtro analogico, per produrre l'effetto filtrante richiesto, utilizza circuiti elettronici analogici costituiti da componenti quali resistori, condensatori e amplificatori operazionali.

In tutti i processi analogici il segnale filtrato è una tensione elettrica (o corrente) analoga alla grandezza fisica coinvolta.

In un filtro digitale il segnale è rappresentato da una sequenza di numeri piuttosto che da una tensione.

Infatti il segnale d'ingresso analogico viene prima campionato e digitalizzato utilizzando un ADC (convertitore analogico-digitale) e, successivamente, i numeri binari risultanti vengono trasferiti ad un processore digitale, che può essere un generico PC o un DSP specializzato, che esegue calcoli sui valori numerici campionati del segnale.

Se necessario, i risultati di questi calcoli, che ora rappresentano valori campionati del segnale filtrato, vengono erogati da un DAC (convertitore digitale analogico) per convertire il segnale di nuovo in forma analogica.



Rispetto ai filtri analogici quelli digitali forniscono prestazioni decisamente superiori, in particolare in termini di tempo e precisione nei risultati.

Il seguente elenco riporta alcuni dei principali vantaggi dei filtri digitali rispetto ai filtri analogici:

1 .

Un filtro digitale è riprogrammabile via software sullo stesso hardware ed è possibile modificare in tempo reale i coefficienti dei filtri, ottenendo in tal modo filtri "adattativi".

Ciò significa che il filtro digitale può essere facilmente modificato senza alterare la circuiteria (hardware).

Un filtro analogico può essere modificato solo ridisegnando il circuito del filtro stesso;

2 .

i filtri digitali possono essere facilmente progettati, testati e realizzati su un computer o workstation;

3 .

i componenti dei circuiti di filtri analogici sono soggetti a diventare obsoleti e sono sensibili a sbalzi di temperature.

I filtri digitali non sono soggetti a questi problemi e quindi sono estremamente stabili sia rispetto al tempo che rispetto alla temperatura;

4 .

a differenza degli analogici, i filtri digitali sono in grado di gestire segnali a bassa frequenza con precisione.

Poiché la velocità della tecnologia continua ad aumentare, i filtri digitali vengono applicati a segnali ad alta frequenza in RF (radiofrequenza), cosa che in passato era ad appannaggio esclusivo della tecnologia analogica;

5 .

i filtri digitali sono molto più versatili nella loro capacità di elaborare i segnali in più modi variabili, questo include la capacità di alcuni tipi di filtri digitali di adattarsi ai cambiamenti nelle caratteristiche del segnale;

6 .

processori veloci possono gestire complesse combinazioni di filtri in parallelo o in cascata (serie) , rendendo i requisiti hardware relativamente semplici e compatti rispetto alla circuiteria analogica equivalente;

1.1. CLASSIFICAZIONE DEI FILTRI DIGITALI

La classificazione dei filtri digitali può essere fatta sia in base all'**utilizzo** che in base all'**implementazione**.

1.1.1. UTILIZZO

Un filtro può operare nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza.

Buoni risultati nel dominio del tempo determinano scarsi risultati in quello della frequenza e viceversa.

Pertanto è indispensabile sapere per quale applicazione il filtro deve essere utilizzato.

Se opera nel dominio del tempo la risposta al gradino (uscita di un sistema il cui ingresso è un gradino) fornisce importanti informazioni su come il dato temporale viene elaborato dal filtro.

Mentre, se opera nel dominio della frequenza, la risposta in frequenza fornisce importanti informazioni su come il sistema modifica le informazioni contenute nello spettro frequenziale.

I filtri nel dominio del tempo sono utilizzati per modificare la forma d'onda, invece i filtri nel dominio della frequenza sono utilizzati per separare bande di frequenze.

1.1.1.1. RAPPRESENTAZIONE

Per rappresentare le caratteristiche di un filtro si ricorre spesso alla rappresentazione grafica della sua risposta in frequenza, ossia al grafico della trasformata di Fourier della risposta impulsiva del filtro stesso.

Infatti dalla proprietà della trasformata di Fourier si trova che:

$$Y[k] = X[k]H[k]$$

In cui la forma dello spettro dell'uscita ($Y[k]$) viene determinata dallo spettro del filtro ($H[k]$).

Da quest'ultima formula si ottiene una rappresentazione alternativa del dominio detta rappresentazione alle differenze finite:

$$\sum_i a[i]y[n-i] = \sum_j b[j]x[n-j]$$

dove x e y sono sempre ingresso e uscita, mentre a e b sono dei coefficienti reali.

Proprio da questi coefficienti si ottengono importanti proprietà sull'equazione alle differenze e sul filtro che essa rappresenta.

Infatti un'equazione si dice ricorsiva se oltre al coefficiente $a[0]$ esistono altri coefficienti a non nulli.

Si definisce ordine dell'equazione il massimo ritardo presente nei termini ($[n-j]$).

1.1.2. IMPLEMENTAZIONE

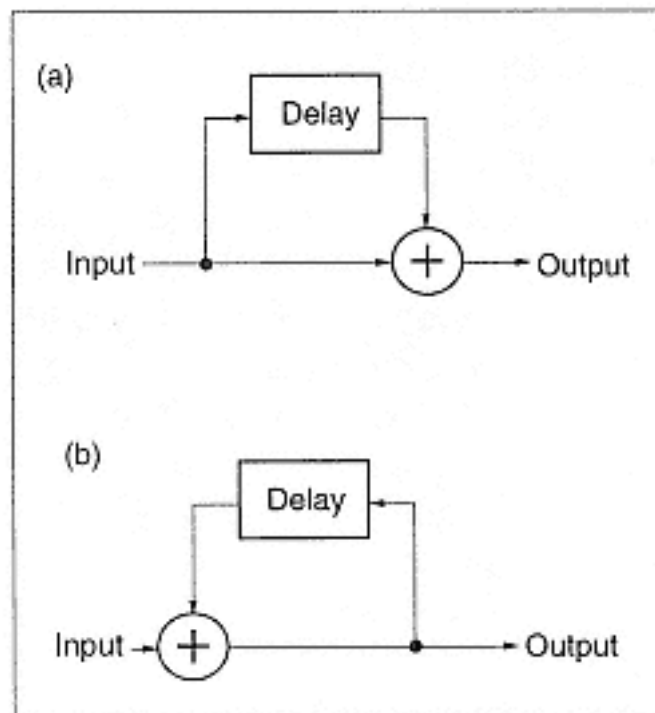
I filtri digitali, a seconda del tipo di implementazione, si dividono in:

- *implementazione convolutiva: **FILTRO FIR** (Finite Impulse Response):*

qualunque sia la sequenza finita di campioni in ingresso, l'uscita è sempre formata da una successione finita di campioni;

- *implementazione ricorsiva: **FILTRO IIR** (Infinite Impulse Response):*

qualunque sia la sequenza finita di campioni in ingresso, l'uscita è sempre formata da una successione infinita di campioni.



(a) Filtro FIR; (b) Filtro IIR

1.2. FILTRI FIR

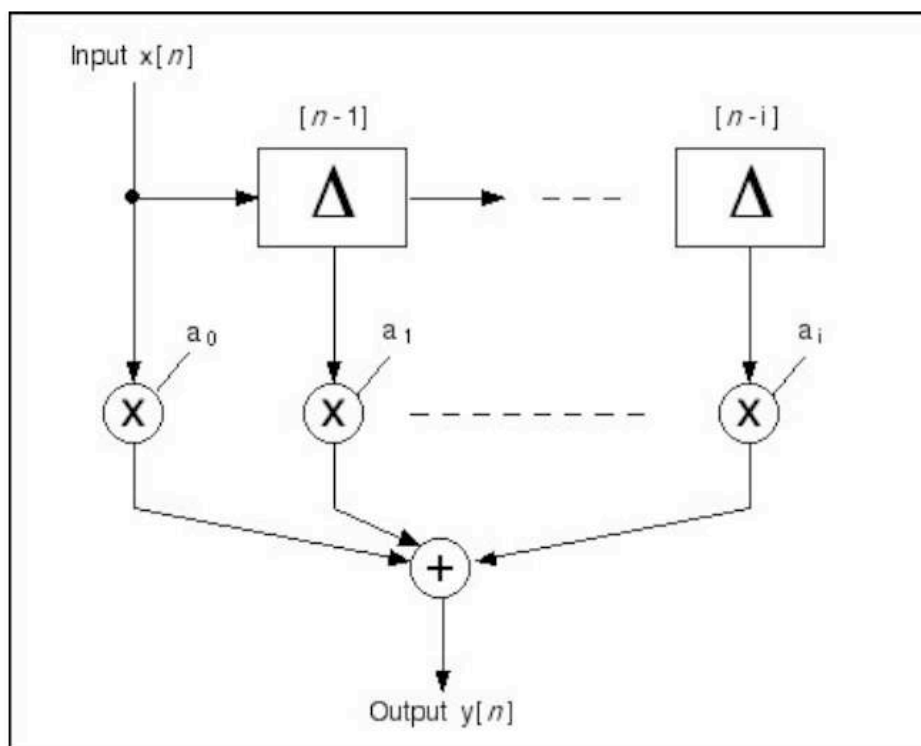
L'equazione generale che descrive tale filtri è la seguente:

$$y[n] = (a_0 \times x[n]) \pm (a_1 \times x[n-1]) \pm (a_2 \times x[n-2]) \pm \dots (a_i \times x[n-i])$$

dove a_i è l'ultimo coefficiente e x_i è l'ultimo campione memorizzato.

I coefficienti possono essere positivi o negativi.

Se il segno è positivo il filtro lavora in modalità passa-basso, mentre, se il segno è negativo, il filtro lavora in modalità passa-alto.



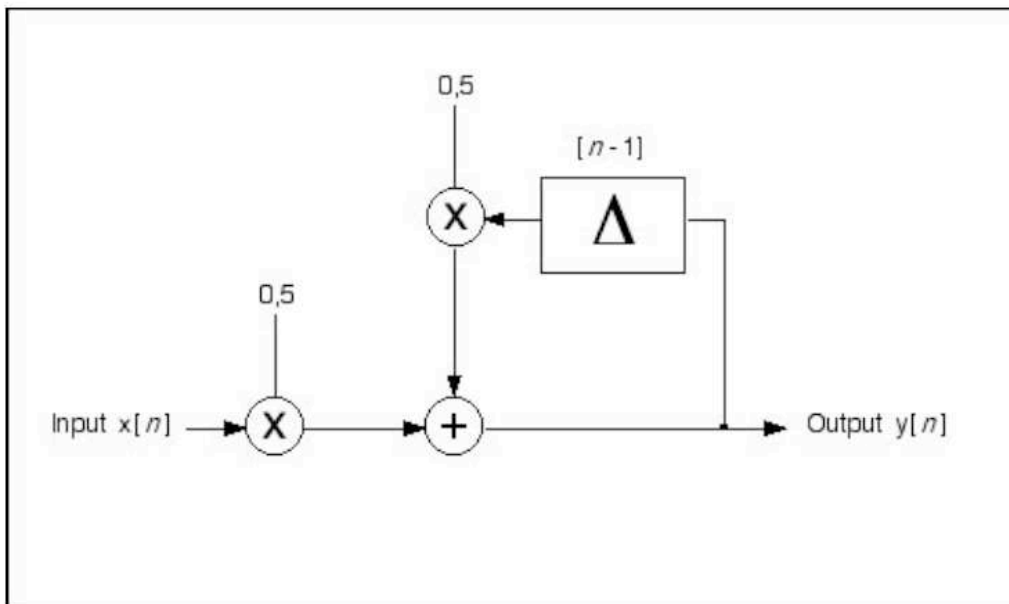
Un filtro di questo tipo può essere paragonato ad una linea di ritardo che agisce sul segnale in ingresso ritardandolo per un numero finito "i" di campioni corrispondente alla quantità degli stadi di trattamento, cioè alla lunghezza della linea di ritardo stessa; una volta raggiunta la fine della linea di ritardo, il processo ha termine per il campione in esame (finite impulse response).

L'uscita del circuito è la somma di tutte le linee di ritardo presenti.

1.3. FILTRI IIR

A differenza del filtro FIR il filtro IIR può trattare una quantità virtualmente infinita di impulse response; questa indeterminazione è ottenuta implementando all'interno del circuito una linea di feedback, cioè un percorso che prende il segnale già filtrato e lo reintroduce, recursivamente, all'indietro verso l'ingresso del filtro; chiaramente, non essendo possibile prevedere quanto a lungo il segnale verrà fatto tornare all'ingresso, il filtro entra in un regime potenzialmente infinito, da cui la terminologia adottata (infinite impulse response).

Un esempio classico di filtro IIR è quello definito exponential time average (ETA)



L'equazione che lo descrive, nel comportamento passa-basso identificata dal punto di somma, è la seguente:

$$y[n] = (0.5 \times x[n]) + (0.5 \times y[n - 1])$$

La differenza con il comportamento del filtro FIR è indicata dal parametro $y[n - 1]$.

La recursività in feedback del filtro è proprio individuata dalla y .

Infatti il segnale da sommare è preso dall'uscita del filtro e non dal segnale in ingresso come in precedenza.

Se si sostituiscono i coefficienti di filtraggio con le costanti a e b si ottiene:

$$y[n] = (a \times x[n]) + (b \times y[n - 1])$$

Convenzionalmente il coefficiente b modifica la quantità di segnale lasciato passare in feedback, mentre il coefficiente a indica la quantità lasciata passare in feedforward.

I filtri IIR, a seconda dell'ampiezza assunta dai campioni in uscita, si dividono in:

- **STABILI** : qualunque sia l'ampiezza finita dei campioni in ingresso, l'uscita è formata da una successione di campioni di ampiezza limitata; è caratterizzato da un'equazione alle differenze finite in cui i coefficienti delle uscite traslate sono tutti minori di 1.
- **INSTABILI** : qualunque sia l'ampiezza finita dei campioni in ingresso, l'uscita è formata da una successione di campioni di ampiezza crescente fino a valori molto grandi; è caratterizzato da un'equazione alle differenze finite in cui i coefficienti delle uscite traslate non sono tutti minori di 1.

1.4 FIR VS IIR

L'esistenza di due tipi di filtri (FIR e IIR) mi ha fatto porre la domanda: Perché usare filtri FIR in alcune applicazioni e filtri IIR in altre?

Per rispondere a tale domanda ho immaginato i due filtri su una sorta di ring e li ho fatti "combattere" per valutarne pregi e difetti.

1.4.1. VANTAGGI DEI FILTRI FIR

A differenza dei filtri IIR, i filtri FIR, essendo formati da un numero di campioni finito, sono sempre stabili.

Sono più facili da progettare in quanto è semplice prevederne un comportamento lineare.

In assenza di distorsione di fase dal momento che non prevedono feedback recursivo sono molto più stabili degli IIR e non vanno mai in auto oscillazione(ringing);

Invece i filtri IIR sono molto soggetti alla distorsione di fase e alle auto oscillazioni innescate dai transienti; tale distorsione di fase ha come conseguenza diretta la dispersione delle frequenze transienti, rendendo il suono generale più aspro di quello trattato in un filtro FIR.

Sono semplici da implementare; sulla maggior parte dei processori il calcolo FIR può essere fatto dando una singola istruzione.

Essi sono adatti per le applicazioni multi-rate.

Con multi-rate si intende sia "decimazione" (riducendo la frequenza di campionamento) o "interpolazione" (aumentando la frequenza di campionamento) che entrambi.

Sia per la decimazione che per l'interpolazione l'uso di filtri FIR permette che alcuni dei calcoli vengano omessi, fornendo così un'importante efficienza computazionale.

Al contrario, se si utilizzano filtri IIR, ogni uscita deve essere calcolata singolarmente, anche se tale uscita viene scartata.

Inoltre, a causa della natura ricorsiva del calcolo, i filtri IIR sono più sensibili all'accumulo di errori di arrotondamento nell'aritmetica rispetto ai filtri FIR.

1.4.2. VANTAGGI DEI FILTRI IIR

Di contro i filtri FIR sono molto più pesanti da calcolare, specialmente nel caso di strutture come quelle utilizzate nei riverberi a convoluzione che utilizzano migliaia di stadi di ritardo simultanei.

I filtri IIR sono particolarmente efficienti e, grazie alla presenza del percorso di feedback recursivo, permettono sensibili risparmi di calcolo.

Infatti, un determinato filtro FIR può essere più costoso in termini di hardware di un filtro IIR che ha un effetto simile.

Se da una parte la retroazione dei filtri IIR potrebbe determinare problemi di instabilità, dall'altra consente di mantenere nel processo di elaborazione un numero inferiore di campioni e quindi di coefficienti rispetto ai filtri FIR.

Computazionalmente i filtri IIR risultano veloci e flessibili, permettendo così un loro largo impiego in campo musicale soprattutto nel trattamento in tempo reale.

1.4.3. CONCLUSIONI

In conclusione possiamo dire che i filtri IIR devono essere utilizzati quando non è necessario che la fase sia lineare e quando c'è bisogno che i calcoli siano veloci e flessibili (tempo reale).

I filtri FIR invece devono essere sempre utilizzati quando è necessario che la fase sia lineare, quando c'è bisogno che il calcolo sia più preciso e quando non ci siano problemi di tempo differito.

Al lettore e alle finalità dell'uso dei suoi filtri la scelta del vincitore...